ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 06902E30DD0B6A07DF1559D15B106E8F620C644B
Владелец: Семкина Марина Викторовна
Действителен: с 05.10.2020 до 05.01.2022

УПРАВЛЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
АДМИНИСТРАЦИИ АНЖЕРО-СУДЖЕНСКОГО ГОРОДСКОГО ОКРУГА

ВЫПИСКА ИЗ ПРОТОКОЛА ГОРОДСКОГО МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

от 05.02.2021 г. **№ 3**

Повестка дня

пункт 4

Обсуждение методических рекомендаций для учителей математики по итогам мониторинга динамики образовательных результатов обучающихся.

Слушали:

члена городского методического объединений учителей математики Т.В. Клокову, которая представила на обсуждение проект методических рекомендаций для учителей по изучению трудных и актуальных тем программы по учебному предмету «Математика» при освоении образовательной программы основного общего образования

В выступлении было отмечено, что анализ данных мониторинга динамики образовательных результатов в ШНОР и ШНСУ (январь 2021г), показал, что в рамках освоения учебного предмета «Математика» у обучающихся возникают трудности при изучении ряда тем. К числу таких тем относятся: «Решение уравнений и неравенств с модулями», «Преобразования с модулями», «Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике», «Решение тригонометрических уравнений» и др.

В представленных методических рекомендациях предложены способы восполнения образовательных пробелов у учащихся, которыми могут воспользоваться учителя математики.

Решили:

– одобрить представленные рекомендации (с замечаниями);

– рекомендовать учителям математикик использовать предложенные методические рекомендации для организации образовательной деятельности с целью повышения образовательных результатов (срок: постоянно)

Начальник управления образования М.В. Семкина

АДМИНИСТРАЦИЯ АНЖЕРО-СУДЖЕНСКОГО ГОРОДСКОГО ОКРУГА
Управление образования администрации Анжеро-Судженского городского округа
ОГРН 1024200551025
УО
ДЛЯ ДОКУМЕНТОВ
ИНН 4201008760
Кемеровская область

Рассмотрено на заседании
методического объединения
учителей математики
протокол от 05.02.2021 № 3

Методические рекомендации
для учителей по изучению трудных и актуальных тем программы по учебному предмету «Математика» при освоении образовательной программы основного общего образования

(по итогам мониторинга динамики образовательных результатов обучающихся)

2021

Анализ данных мониторинга динамики образовательных результатов в школах с низкими результатами обучения и функционирующих в неблагоприятных социальных условиях (январь 2021г), показал, что в рамках освоения учебного предмета «Математика» у обучающихся возникают трудности при изучении ряда тем. К числу таких тем относятся: «Решение уравнений и неравенств с модулями», «Преобразования с модулями», «Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике», «Решение тригонометрических уравнений» и др.

В представленных методических рекомендациях предложены способы восполнения образовательных пробелов у учащихся, которыми могут воспользоваться учителя математики.

Рекомендации по изучению трудных и актуальных тем программы по учебному предмету «Математика»

Традиционно в содержании школьного курса математики выделяются темы, которые принято называть «трудными». Вопрос о сложности темы требует анализа этого понятия с точки зрения объективных признаков, субъективного видения проблемы, закономерностей формирования знаний, уровня сформированности знаний в системе математической подготовки школьников, компетентности учителя.

Выделим методические трудности среди возможных причин, относящих тему к трудным вопросам для изучения. В первую очередь, не выполнены закономерности формирования знаний в традиционной методике. Это - характерная и наиболее часто встречающаяся причина, которая любую тему школьного курса математики может перевести в разряд плохо понимаемых. Затем, нарушена системность в формировании знаний. Любое понятие может полноценно войти в сознание учащихся, лишь пройдя путь развития от применения его в тренировочных упражнениях, до изучения всех его свойств, интеграции в различные разделы школьной математики. Так происходит с понятием модуля числа. Впервые познакомившись с этим понятием на уровне использования для выполнения действий с отрицательными числами, учащиеся не встречаются с системным включением этого понятия в другие разделы математики, а поэтому темы «Решение уравнений и неравенств с модулями», «Преобразования с модулями» традиционно считаются сложными. Далее, не проработана система задач, алгоритмов и других когнитивных схем для переработки, хранения и использования информации. Так происходит с темой «Соотношения между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике», «Решение тригонометрических уравнений» и многими другими.

Традиционно трудной темой в начальных и затем - в 5- ых классах является решение уравнений, содержащих больше двух действий. Выделим признаки, позволяющие отнести этот вопрос к трудным для изучения.

Для решения уравнения требуется:

1. Выполнить анализ уравнения: выделение его правой и левой частей, установление порядка действий в левой части уравнения, выделение компоненты, содержащей неизвестную переменную.
2. Знать правила нахождения неизвестной компоненты действий (слагаемого, уменьшаемого и др.).
3. Уметь определять неизвестное, как компоненту какого-то действия.
4. Применять правило определения компоненты к конкретному примеру на одно действие.
5. Выделять в какой последовательности эти действия применять.

Таким образом, для решения уравнения такого вида от учащихся требуется осуществление сложной аналитико-синтетической деятельности, хранение в памяти и использование большого числа правил, с возможностью их правильного выбора левой, правой частей, наличие переменной, затем - навыки определения порядка действий в выражениях, содержащих несколько действий, затем - знания правил определения неизвестной компоненты, и осознанные действия по их применению. Нарушение подвижности в одной из этих составляющих неизбежно ведет к сложности решения уравнений такого вида.

Покажем, как точно выполнить первую из закономерностей формирования знаний для перевода осознанных развернутых действий в автоматизированные. Для этого напомним некоторые когнитивные схемы, необходимо присутствующие в формировании нужных навыков.

1. «Фокус - пример» - прототип, в котором отражены и сконцентрированы типичные характеристики объекта, он дает возможность составить представление о классе изучаемых объектов, о сути изучаемого явления, хранить и быстро воспроизводить свойства объекта.

Пример:

Для решения уравнений вида $\frac{a}{x} = b, \frac{x}{a} = b$ фокус-примером является числовой пример $\frac{6}{3} = 2$

который дает возможность быстро воспроизвести правила вычисления неизвестного компонента действия.

Для решения указанных уравнений «фокус-примеры» должны быть на каждое правило нахождения неизвестного компонента действий. Целесообразно, чтобы у каждого учащегося были заготовлены таблички с «фокус - примерами», поскольку заученные формально правила, не являются инструментом их использования, не помогают учащимся выполнять необходимую последовательность действий.

2. Алгоритмы решения задачи, содержащие точную последовательность действий, приводящих к результату.

Рассмотрим алгоритм решения уравнений на примере и комментарии его функций на каждом шаге.

Чтобы решить уравнение 2(x-5):10=3, нужно:

1) Подчеркнуть левую и правую части уравнений (по одну сторону и по другую сторону от равенства). *Это указание необходимо, так как «левое» и «правое» тоже является предметом усвоения.*

$\underline{2(x-5):10} = \underline{3}$

2) Установить порядок действий в левой части уравнения и обозначить номера действий.

$$\boxed{2^2 \cdot (x^1 - 5)^3 : 10 = 3}$$

3) Выделить последнее действие и подчеркнуть его компоненты (слева и справа от последнего действия).

$\underline{2^2(x^1-5)^3}: \underline{10} = 3$

Второй и третий шаги алгоритма необходимы, поскольку именно выделение из целого объекта его частей, «узнавание объекта», является, как раз, предметом сложности для *учащихся на этапе формирования умственных действий. Подчеркивание элемента выделяет его на передний план, происходит вычленение главного компонента на этом шаге алгоритма.*

4) Записать подчеркнутую компоненту действия, содержащую переменную и найти ее по «фокус - карточке».

$\underline{2\text{-}(x\text{-}5)} = 10\text{-}3$ $\underline{2\text{-}(x\text{-}5)} = 30$

фокус - карточка $\boxed{\underline{6} : 2 = 3}$

Применение «фокус - примеров» - необходимый этап использования информации не в виде применения формальных правил, а в виде умственных действий, направленных на анализ: выделения действия, его компонентов, сравнения, сопоставления, выбора, что является процессом их поэтапного формирования. Применение фокус - карточки - единственная опора для продвижения вперед, к следующему шагу алгоритма.

5) Если неизвестную переменную нашли, то записать ответ, если нет, вернуться к пункту 1.

- 1 шаг $2(x\text{-}5) = 30$.
- 2 шаг $2^2\ (x^1\text{-}5) = 30$.
- 3 шаг $2^2\ \underline{(x\ \text{-}^1 5)} = 30$.
- 4 шаг $x - 5 = 30 : 2$; $x - 5 = 15$.

$\boxed{2 \cdot \underline{5} = 10}$

Переменную не нашли, возвращаемся к первому пункту.

1 шаг $\underline{x - 5} = 15$.
2 шаг $\underline{x^1 \text{-}\ 5} = 15$.
3 шаг $\underline{x^1}\text{-}\ \underline{5} = 15$.
4 шаг $x = 5 + 15$; $x = 20$

$\boxed{\underline{5} - 3 = 2}$

Основой этого алгоритма является взаимодействие между воспроизведением прежних связей и установлением новых при решении задач. Если прежние связи между компонентами действий не носят автоматизированный характер (в нашем случае - правила нахождения неизвестной компоненты), то для их применения нужны способы воспроизведения и использования - когнитивные схемы.

Объективные трудности изучения некоторых значимых тем школьного курса математики определены довольно четко структурированными параметрами.

Выделим эти параметры на примере изучения темы «Тригонометрия».

1. Отсутствие пропедевтики основных понятий тригонометрии.

Например, такие понятия как поворот, угол поворота, действительно, исключение темы «Геометрические преобразования» из школьного курса геометрии делает эти понятия новыми, а, следовательно, требующими формирования навыков их применения.

«Точка Pa, получена при повороте точки P_0 вокруг начала координат на угол, a». В этой, кажущейся ясной фразе, содержится несколько неизвестных для учащихся понятий, связанных с преобразованием поворота, поэтому, действительно, без пропедевтики основных понятий поворота нет оснований для ее понимания.

2. С поздним включением в систему знаний понятия функции, графика функции знания по этому разделу становятся крайне поверхностными, подвижность знаний не обеспечивается фрагментами линейно изученной теории. Особенно сложно применение самих терминов

«абсцисса», «ордината», определение координат точек, лежащих на оси, определение ординаты, абсциссы точки, построение точки по ее координатам и, особенно, обратная задача.

3. Впервые учащиеся встречаются с трансцендентными функциями.

До сих пор все функции, изучаемые в школе, задавались формулами, в которых в явном виде указывалось, в каком порядке выполняются операции над значениями аргумента, для получения значений функции. Теперь же, мы фактически обращаемся к случаю, который вскользь упоминался при введении понятия функции - функция задается таблично. Объяснить учащимся источник затруднений, связанный с трансцендентностью новых функций на уровне школьной математики нельзя.

1. Радианное измерение углов. Понятие радиана, как единицы измерения угла, сводится в сознании к формальной операции - число п заменяется на 180°, поэтому практически отсутствует понимание таких объектов, как значения sin 1, sin 5 и т.д.
2. Отсутствие целей многочисленных тождественных преобразований, необходимой связи их с функциональной линией, непонимание возможности вывести одну формулу из другой.
3. Рассмотрение и применение новых, практически не встречающихся свойств функций, среди которых, периодичность, ограниченность, существование обратной функции на некотором подмножестве области определения функции.
4. Необходимость применять самые сложные вычислительные операции, арифметические и алгебраические: деление с остатком, действия с корнями.
5. Необычность формы записи формул корней простейших уравнений, их зависимость от n из множества Z.
6. Перестройка сформированных связей с введенным прежде понятием тригонометрических функций и определение их из прямоугольного треугольника.
7. Необходимость использования во взаимосвязи различных видов и способов кодирования и переработки информации: словесно-символический, визуальный, предметно - практический.
8. Отсутствие практических моделей изучаемых объектов из реальной жизни, опыта учащихся, взаимосвязи с другими предметами.
9. Наличие обратных операций, выработка навыка их применения требует новых, особых мыслительных действий, которые ранее не использовались.

Выделенные объективные параметры, определяющие сложность темы, можно отнести к основным при изучении практически любой темы школьного курса математики. Наличие большинства этих параметров и делает тему трудной для учителя - в процессе формирования знаний и для учащихся - в процессе переработки и использования информации.

Оценим, например, по этим параметрам тему «Логарифмы».

Тема школьного курса матема тики	Отсутст-вие пропедев-тики основных понятий изучаемой темы, систем-ных связей	Наличие большого числа новых терминов, их соотнесен ие с познавател ьным опытом	Отсут-ствие необхо-димо и ясно постав-ленных целей новых вводи-мых	Перестрой-ка сформиро-ванных связей и отношений	Отсут-ствие реаль-ных моде-лей изуча-емых объек-тов	Сложный вычисли-тельный аппарат	Отсут-ствие интег-рации с различ ными разде-лами школь-ного курса	Необхо-димость сочетать различ-ные формы перера-ботки инфор-мации.

		учащихся	опера-ций				математики	
Тригонометрия	+	+	+	+	+	+	+	+
Логарифмы	-	-	-	-	-	-	-	-

1. Пропедевтика понятий степени, основание степени, показатель степени, на которых основывается новое понятие «логарифма» выполнена полно и глубоко пролонгировано, начиная с 5- го класса (степень с натуральным показателем). Операции со степенями прочно вошли в сознание учащихся, стали автоматизированными и легко воспроизводимыми. Новых свойств, по сравнению с остальными функциями, логарифмическая функция не иллюстрирует. Форма записи ответов логарифмических уравнений, неравенств являются обычными, ранее используемыми.
2. Терминология этой темы практически не является новой, особенно после исключения из программы термина «потенцирование».
3. Вводимые операции, связанные со свойствами логарифмов, являются следствиями операций со степенями, легко обосновываются.
4. Перестройка сформированных связей связана с введением нового термина «логарифм числа по данному основанию», который заменяет понятие «показателя степени», легко автоматизируется и обеспечивается, в случае необходимости, развернутостью действий.
5. Реальные модели показательного роста и показательного убывания хорошо описывает показательная функция, являющаяся обратной для логарифмической.
6. Вычислительный аппарат подготовлен многочисленными тождественными преобразованиями со степенями.
7. Интеграция с линией тождественных преобразований, уравнений и неравенств, функциональной линией обеспечена традиционными методами, способами и свойствами функций, легко переносимыми в новое направление, связанное со свойствами логарифмов и логарифмической функции. Новые подходы (например, замена выражения на знакосовпадающее с ним, алгоритмично, обоснованно и ожидаемо упрощает и обобщает решение неравенств).
8. Переработка информации идет в двух направлениях - словесно- символическом (небольшая группа формул и правил) и сенсорно- визуальном (график логарифмической функции легко воспроизводим). Обращение к свойствам функции, отраженным на графике, естественно и автоматизировано предыдущими операциями с графиками функций.

Отметим пути преодоления трудностей по некоторым отмеченным параметрам изучения раздела «Тригонометрии».

1. Рассмотрение задач из практической области (точка колеса, катящегося без скольжения), физики (гармонические колебания), приводящих к необходимости изучения тригонометрических функций любого действительного аргумента.
2. Применение визуального и предметно - практического способов кодирования информации: каждый учащийся изготавливает модель тригонометрического круга со всеми необходимыми элементами, которые дают возможность постоянно выполнять практические действия по определению точек поворота и их координат.

3. Формирование навыков действий с радианной мерой угла, понимание и умение использовать число п. Очевидно, необходимо в систему упражнений с координатной прямой и координатной плоскостью постоянно (на протяжении всего курса обучения) включать упражнения на координаты точек с иррациональными координатами, в частности, координатами, содержащими число п.

4. Табличное задание функции. Учитель должен отметить, что математика имеет в своем распоряжении средства, позволяющие вычислить значения тригонометрических функций с любой степенью точности (ряды). Результатом таких вычислений и являются таблицы, применяемые в школе. Дальнейшее изучение тригонометрических функций сводится, во многом, к решению задач вычислительного характера. Целесообразно же активно привлекать графики тригонометрических функций для решения содержательных задач. Преимущества использования графиков тригонометрических функций связаны с тем, что усмотреть свойства и запечатлеть их в памяти с помощью графика легче, чем на круге. Вместо аргумента - угла - дуги, учащиеся пользуются привычным образом - координатной прямой. Продолжительное сосредоточение внимания только на круге приводит к тому, что происходит недооценка графика, не обогащается опыт исследования свойств функций с различными видами графиков. Круг выступает в роли источника свойств тригонометрических функций подобно тому, как аналитическая формула для других функций является источником их свойств.

5. Сложность тригонометрических формул. Прежде всего, обоснованность введения той или иной тригонометрической формулы определяет ее дальнейшее использование. Например, для определения наибольшего или наименьшего значения функции $y = a \sin x + b \cos x$ недостаточно уже рассмотренных свойств тригонометрических формул. Необходимо использование метафор, «фокус - примеров» и других когнитивных схем для хранения и переработки информации.