№1

14.2.

X-положительное число.
Увеличим на 69%, т.е. стало число – 1,69x

$\sqrt{\frac{x}{5}}$ и $\sqrt{\frac{1,69x}{5}}$

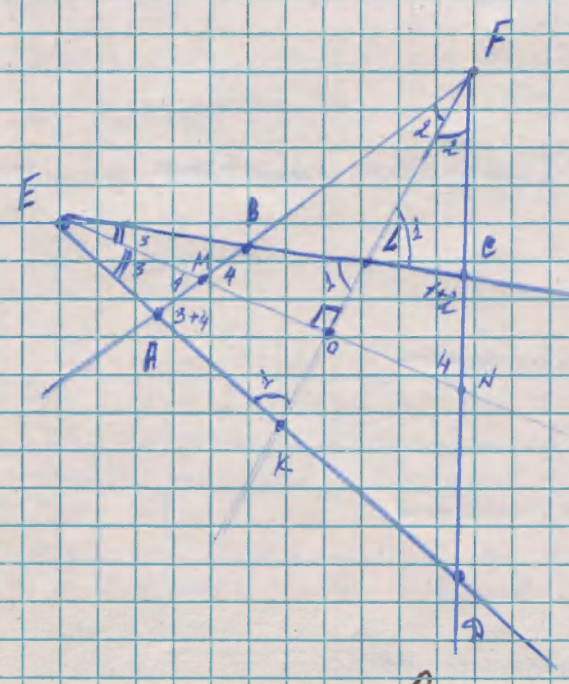
вынесем за корень.
Получим: $1,3\sqrt{\frac{x}{5}}$.

7б

Т.е. число увеличилось в 1,3 раза или на 30%.

Ответ: 30%.

№3.



Дано: ABCD – четырёхугольник,
$DA \cap CB = E$,
$AB \cap DC = F$;
бис-сы $\angle BEA$ и $\angle BFC$ перпендикулярно

Д-ть: вокруг ABCD можно описать окружность

Решение

- Рассмотрим $\triangle EKL$. Биссектриса $\angle O$, проведённая к его основанию KL, является и высотой.

  Значит, $\triangle EKL$ – р/б.

  $\angle EKL = \angle ELK = \angle 1$

- $\angle BLO = \angle FLC$ – вертикальные.
- $\angle BFL = \angle LFC = \angle 2$
- $\angle AEM = \angle MEB = \angle 3$
- $\angle FCCL = 180 - \angle 1 - \angle 2$

  Этому же $\angle BCD = 180 - \angle FCL$ (т.к. смежные)

  $\angle BCD = \angle 1 + \angle 2$

- $\triangle EKL$ – р/б

  $\triangle MFN$ – р/б, т.к. бис-са FO, проведённая к основанию, является и высотой.

  $\angle FMN = \angle FNM = \angle 4$

- $\angle EMA = \angle FMO = \angle 4$ – вертикальные
- $\angle EAM = 180° - 3 - 4$
- $\angle MAK = 180° - \angle EAM$ (т.к. смежные)

  $\angle MAK = \angle 3 + \angle 4 = \angle BAD$

- Теперь перейдём к четырёхугольнику $ABCD$.

  $\angle BAD + \angle BCD = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4$ ($\angle 2 + \angle 4 = 90°$ из $\triangle MFO$; $\angle 1 + \angle 3 = 90°$ из $\triangle EKO$)

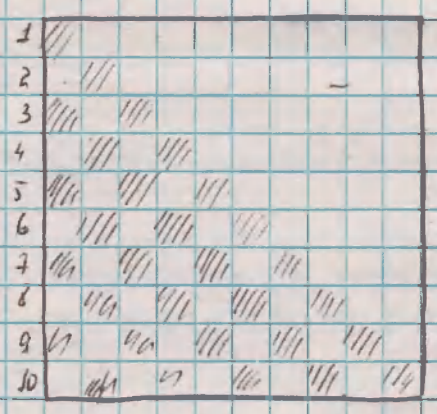
Значит, $\angle BAD + \angle BCD = 180°$.

Четырехугольник можно вписать в окружность, если Σ его противоположных углов $= 180°$.

Угол Σ противоположных $= 180°$.

Значит, вокруг $ABCD$ можно описать окружность.

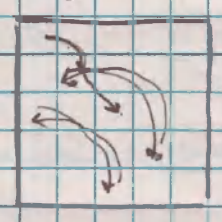
№4.



• Всего на доске 10×10 — — 18 диагоналей.

Предположим, что кузнечики (для простоты объяснения) двигаются по диагоналям слева направо.

Как пример доска 5×5:

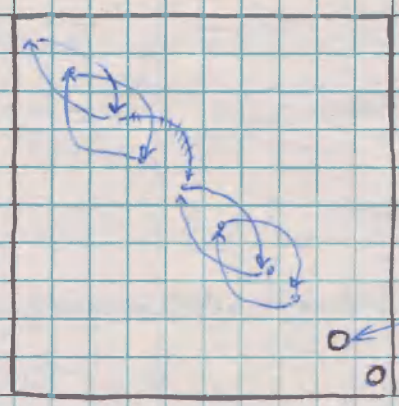


Не перескакивая на соседнюю диагональ

• Рассмотрим 2 самых длинных диагонали (идущие из угла в угол) и 8 остальных диагоналей (в силу симметрии относительно главной диагонали с оставшимися всего будет так же)

• Рассмотрим 1 диагональ (одну из самых длинных), пропуская через 1 клетку 2-е кузнечиков не смогут передвигаться параллельно по этой диагонали, т.е. будут вынуждены прыгнуть в ту клетку, где имеется кузнечик. Их две клетки останутся нетронутыми (пустыми)

→



По сути 2 кузнечика через клетку обмениваются местами. В каждой из этих 2 клеток по 2 кузнечику.

На 2 кузнечиков прыгнут в клетку, в которой уже есть кузнечики, а в их клетки никто, т.к. все уже обменились.

эти 2 кузнечика вынуждены прыгнуть в клетку, где уже есть 1 кузнечик.

(3б)

- 10 диагональ равносильна первой, в ней тоже 2 кузнечикам не хватит места.
- Рассуждая точно так же, как и в 1 диагонали рассмотрим 8 остальных
- 2 диагональ: 1 кузнечик прыгнет в уже занятую клетку
- 3 диагональ: 0 кузнечиков
- 4 диагональ: 1 кузнечик
- 5 диагональ: 2 кузнечика
- 6 диагональ: 1 кузнечик
- 7 диагональ: 0 кузнечиков
- 8 диагональ: 1 кузнечик
- 9 диагональ: 2 кузнечика

• В 4 диагонали с 2 по 9 включительно имеют пробелы с 8 кузнечиками.

В 8 симметричных диагоналях — тоже с 8 кузнечиками.

Длинные диагонали имеют пробелы с 4 кузнечиками в 4.

• Итого: 20 незанятых клеток будет.

• Но 20 — это минимум. Это, когда кузнечики стремятся к тому чтобы в как можно большем количестве клеток было по 1 кузнечику, а не толпятся в 1 клетку.

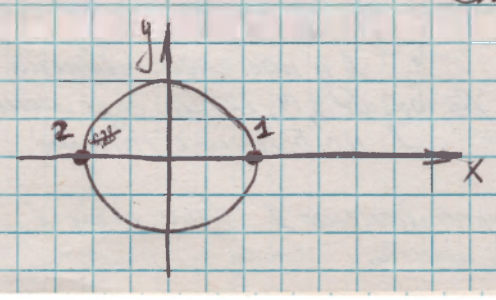
• И, рассмотрена перемещения по диагоналям, строго на 1 диагонали. Можно рассматривать другие варианты перемещения, но они равносильны, на одной диагонали места освобождаются, на другой занимаются. Поэтому проще рассмотреть на перемещениях внутри 1 диагонали

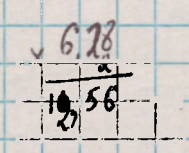
№4.

$\pi \approx 3,1415.. \approx 3,14$

• $5\pi > 15$, но $5\pi < 16$, т.к. $16 : 5 = 3,2$
$\pi < 3,2$
Значит, $5\pi < 16$.

•





(·) 1 принимает значения: 0

6,28

12,56

12,84

(·) 2 принимает значение: 3,14

9,42

15,7

• Посчитаем приблизительно 5π

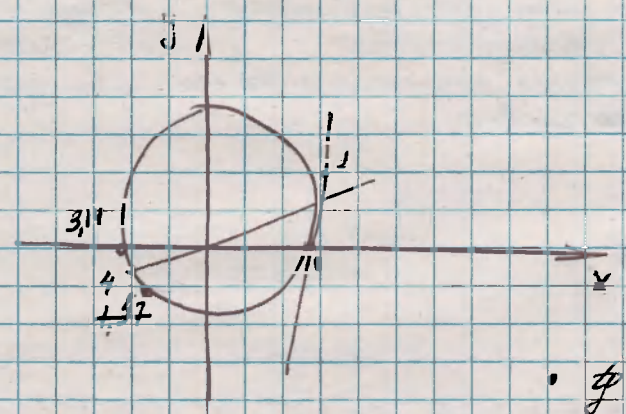
$$\begin{array}{r} \times\ 3{,}14 \\ 5 \\ \hline 15{,}70 \end{array}$$

$5\pi = 2 \cdot 2\pi + \pi$ ($\cos \pi = -1$)

• Возьмем из этого числа корень. Он больше 3, меньше 4.

и т.к. $9 < 15{,}7 < 16$, то ближе к 4.

•



• середина II четверти =

$= 3{,}14 + \frac{\pi}{2} =$

$= 3{,}14 + 1{,}57 = \ldots$

Но это больше 4

• $\sin \frac{5\pi}{4} = 1$ ($\frac{5\pi}{4}$ — середина III четверти)

• А 4 гораздо дальше, значит, это 4 меньше 1.

• А у нас число меньше 4, но больше 3,14, значит, синус меньше 1, но больше 0 также.

Из всего этого, которое меньше 1, вычитаем 1. Значит, вычисление отрицательно.

Ответ: отрицательное число

15

№2.

$a(a+b+c)<0$.

- Отсюда сразу следует, что $a \neq 0$.
- 2 корня $\rightarrow D>0$ — т.е. $b^2-4ac>0$.
- Т.к. $a(a+b+c)<0$, то возможны два варианта:

(I) $a<0$, $a+b+c>0$ или (II) $a>0$, $a+b+c<0$

- (I) (1) $\left.\begin{matrix} a<0 \\ b>0 \\ c>0 \end{matrix}\right\}$? $b^2-4ac>0$

b и c не могут быть одновременно равны 0 иначе $a \cdot a<0$, а у нас выйдет больше 0. Противоречие будет

(2) $\left.\begin{matrix} a<0 \\ b\neq 0 \\ c>0 \end{matrix}\right\}$ $b^2>0$, $-4ac$ — тоже больше 0

(+) b и c одновременно не 0, как доказано выше, иначе противоречие в неравенстве. b^2-4ac строго больше 0.

(3) $a<0$, $b>0$, $c<0$; $b>a+c$, $b^2>ab+cb$ $\Rightarrow$ $b^2-4ac>0$

(4) когда b или $c=0$, то или b^2-4ac всё равно больше 0

(детально будет расписано на примере III этот способ, либо такого быть не может, например $b<0$, $b=0$, $c<0$. Противоречие тогда)

(II) 1) $a>0$, $b=0$, $c<0$; $b^2=0$, но $b^2-4ac>0$ $\qquad b^2-4ac>0$

2) $a>0$, $b<0$, $c=0$ или $a>0$, $b>0$, $c=0$ } $\Rightarrow$ в обеих случаях $b^2>0$

3) Сумма есть >0, если $b=c$. Иначе противоречие
в $a(a+b+c)<0$
$a(a+c)<0$. А у нас всё $+$

4) $a>0$, $c<0$, $b<0$; $b^2-4ac>0$

5) $a>0$, $b<0$, $c>0$ $\qquad b>a+c \Rightarrow b^2-4ac>0$
$b^2>a^2+b^2+2ac$

Можем в степень, т.к. меня интересует квадрат корня, который положителен, а и с в $\le$ больше 0.

Значит, 2 действительных корня действительно есть.

2 3 8